

Załącznik nr 6 do PSO z matematyki

Wykaz zakładanych osiągnięć ucznia z matematyki na **poziomie rozszerzonym**

W zakresie liczb rzeczywistych uczeń:

- podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych i złożonych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb,
- **przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych**,
- porównuje liczby wymierne,
- przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach (ułamek zwykły, dziesiętny),
- wykonuje obliczenia na liczbach wymiernych i rzeczywistych,
- wyznacza przybliżenia liczby rzeczywistej zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora),
- wykonuje działania na potęgach o wykładnikach całkowitych,
- oblicza wartości pierwiastków, w tym również pierwiastków nieparzystego stopnia z liczb ujemnych,
- usuwa niewymierność z mianownika ułamka,
- szacuje wyniki obliczeń zadaną dokładnością,
- posługuje się pojęciami procentu i punktu procentowego w rozwiązywaniu zadań praktycznych,
- wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym stosuje wzory skróconego mnożenia).

W zakresie języka matematyki uczeń:

- zapisuje przedział liczbowy i przedstawia go na osi liczbowej,
- zaznacza na osi liczbowej zbiory określone koniunkcją lub alternatywą równań oraz nierówności,
- wyznacza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej oraz stosuje jej interpretację geometryczną,
- **rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną** (np. $|x - a| = b$, $|x - a| + |x - b| = c$, $|x - a| \leq b$),
- wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia liczby.

W zakresie funkcji uczeń:

- określa funkcję (wzorem, tabelką, wykresem, grafem, opisem słownym),
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = -f(-x)$,
- **na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządza wykres funkcji $y = |f(x)|$ oraz wykresy będące efektem wykonania kilku operacji**,
- odczytuje z wykresu: dziedzinę funkcji, zbiór wartości funkcji, miejsca zerowe funkcji, przedziały monotoniczności funkcji, znaki wartości funkcji, wartość największą i najmniejszą funkcji,
- stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych.

W zakresie funkcji liniowej uczeń:

- sporządza wykresy funkcji liniowych,
- interpretuje współczynniki w równaniu kierunkowym prostej,
- wykorzystuje warunek równoległości i prostokątności prostych do rozwiązywania zadań,
- rozwiązuje algebraicznie oraz interpretuje geometrycznie układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi,
- **interpretuje geometrycznie układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.**

W zakresie funkcji kwadratowej uczeń:

- przedstawia wzór funkcji kwadratowej w różnych postaciach (ogólnej, iloczynowej, kanonicznej),
- sporządza wykresy funkcji kwadratowych,
- odczytuje własności funkcji kwadratowej z jej wykresu,
- wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym,
- wyznacza miejsca zerowe funkcji kwadratowej,
- rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą,
- **stosuje wzory Viète'a,**
- **rozwiązuje równania kwadratowe z parametrem,**
- **rozwiązuje nierówności kwadratowe z parametrem,**
- wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań praktycznych.

W zakresie planimetrii cz.1 uczeń:

- wykorzystuje własności boków i kątów trójkątów,
- stosuje cechy przystawania i podobieństwa trójkątów,
- stosuje twierdzenie Talesa,
- wykorzystuje własności trójkątów prostokątnych,
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego oraz miarę kąta, gdy dana jest wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta,
- znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, wyznacza wartości pozostałych funkcji,
- oblicza obwody i pola podstawowych figur płaskich, także z zastosowaniem trygonometrii.

W zakresie wielomianów uczeń:

- posługuje się wzorami skróconego mnożenia: $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$,
 $(a - 1)(1 + a + \dots + a^{n-1}) = a^n - 1$,
- rozkłada wielomiany na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias,
- dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany,
- wykonuje dzielenie wielomianu przez dwumian $x - a$,
- stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$,
- stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych,
- rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe,
- stosuje wielomiany w kontekście praktycznym.

W zakresie funkcji wymiernych uczniów:

- sporządza wykres, odczytuje własności i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną,
- wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego z jedną zmienną oraz oblicza jego wartość liczbową dla danej wartości zmiennej,
- dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne,
- skraca i rozszerza wyrażenia wymierne,
- sporządza wykres oraz podaje własności funkcji homograficznej,
- rozwiązuje proste równania wymierne, np.: $\frac{x+1}{x+3} = 2$; $\frac{x+1}{x} = 2x$,
- rozwiązuje proste nierówności wymierne, np.: $\frac{x+1}{x+3} > 2$; $\frac{x+1}{x} < 3$,
- rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym, prowadzące do rozwiązywania prostych równań wymiernych.

W zakresie funkcji trygonometrycznych uczniów:

- stosuje miarę łukową i miarę stopniową kąta,
- wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ostrych,
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego,
- znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego,
- stosuje związki: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ oraz wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów w dowodach tożsamości trygonometrycznych,
- rozwiązuje proste równania trygonometryczne typu: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$,
- posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych przy rozwiązywaniu nierówności typu $\sin x > a$, $\cos x > a$, $\operatorname{tg} x > a$,
- szkicuje, na podstawie wykresu funkcji trygonometrycznej $y = f(x)$, wykresy funkcji: $y = cf(x)$, $y = f(dx)$ oraz wykresy będące efektem wykonania kilku operacji,
- rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne, na przykład:
$$\sin 2x = \frac{1}{2}, \sin^2 x + \cos x = 1, \cos 2x < \frac{1}{2}.$$

W zakresie funkcji wykładniczych i logarytmicznych uczniów:

- oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych oraz stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i rzeczywistych,
- zna definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu,
- sporządza wykresy funkcji wykładniczych i logarytmicznych dla różnych podstaw,
- rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej.

W zakresie ciągów liczbowych uczniów:

- wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub rekurencyjnym,
- bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny,
- stosuje wzór na n -ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym.

W zakresie planimetrii cz.2 uczeń:

- korzysta ze związków między kątem środkowym, kątem wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu,
- stosuje twierdzenie o związkach miarowych między odcinkami stycznych i siecznych,
- stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu,
- znajduje związki miarowe w figurach płaskich, w tym z zastosowaniem trygonometrii, również w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym,
- znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów,
- stosuje własności figur podobnych i jednokładnych w zadaniach, także umieszczonych w kontekście praktycznym,
- określa wzajemne położenie prostej i okręgu,
- rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz dwóch okręgów na płaszczyźnie kartezjańskiej,
- oblicza odległości punktów oraz odległość punktu od prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej,
- wyznacza współrzędne środka odcinka,
- posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$; rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych,
- opisuje koło za pomocą nierówności,
- oblicza współrzędne oraz długość wektora, dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę,
- interpretuje geometrycznie działania na wektorach,
- stosuje wektory do rozwiązywania zadań, a także do dowodzenia własności figur,
- stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.

W zakresie rachunku prawdopodobieństwa uczeń:

- zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych,
- stosuje zasadę mnożenia,
- wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji i wariacji do zliczania obiektów w sytuacjach kombinatorycznych,
- wykorzystuje sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń,
- wykorzystuje własności prawdopodobieństwa i stosuje twierdzenie znane jako *klasyczna definicja prawdopodobieństwa* do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń.

W zakresie statystyki uczeń:

- oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe danych,
- interpretuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe dla danych empirycznych.

W zakresie stereometrii uczeń:

- wskazuje i oblicza kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami takimi jak krawędzie, przekątne, wysokości,
- wyznacza związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii,
- wyznacza przekroje wielościanów płaszczyzną,
- stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych.

W zakresie przygotowania do matury uczeń:

- interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki,
- używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników,
- używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych,
- rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi,
- buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia,
- stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania,
- tworzy strategię rozwiązania problemu,
- tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

