

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla piszącego

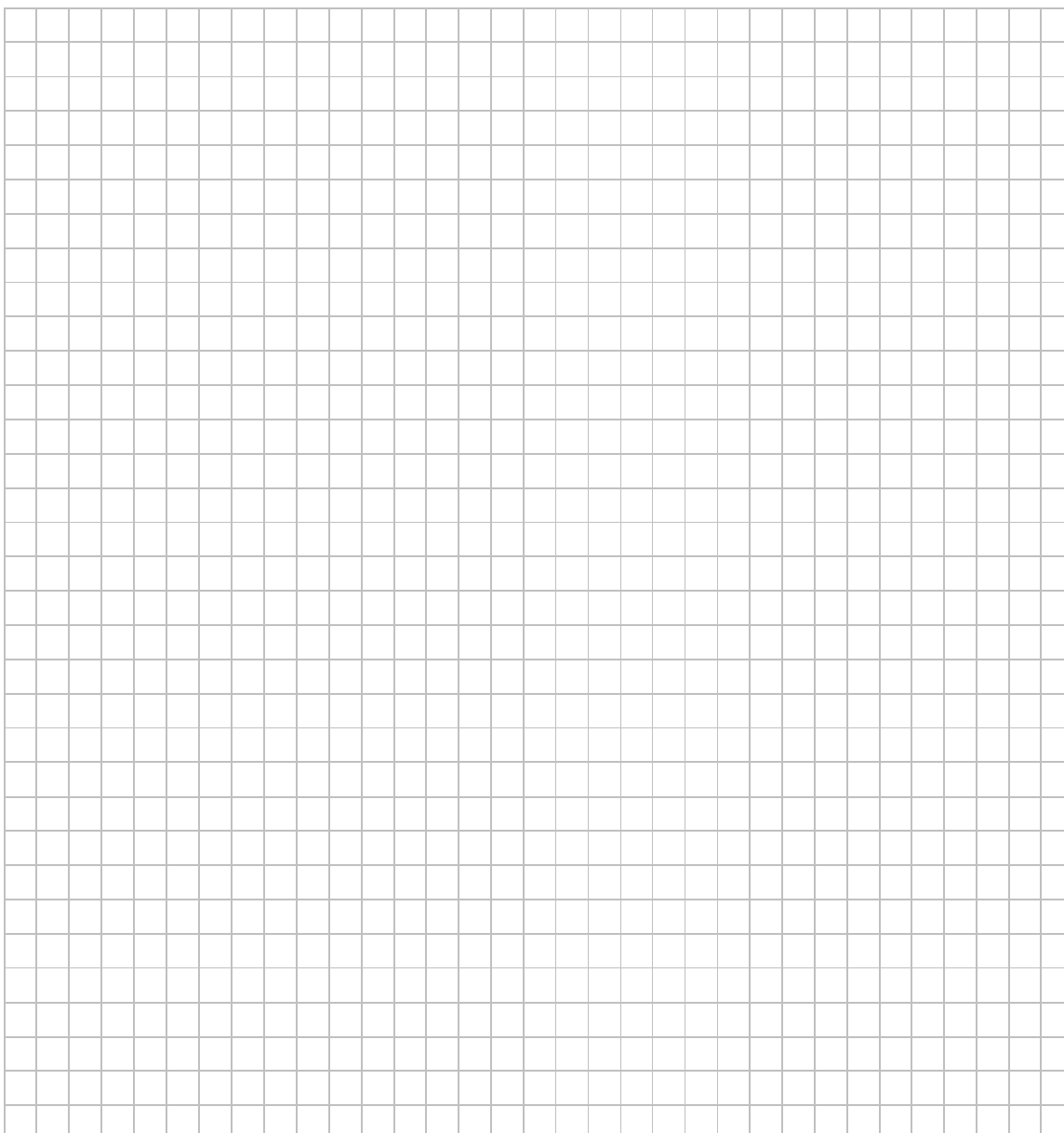
1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 14 ponumerowanych stron.
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego badanie.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

zadanie 1. (4 pkt)

Sprawdź czy liczba $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ jest liczbą wymierną.



Odpowiedź:.....

zadanie 2. (5 pkt)

Funkcję f określono w $\mathbb{R}$ wzorem $f(x) = |x - 1| + |x + 1|$.

- Czy funkcja ma miejsca zerowe?
- Zbadaj czy funkcja $h(x) = |x - 1| + |x + 1|$ o dziedzinie $x \in (1, \infty)$ jest rosnąca oraz przyjmuje wartość najmniejszą.

Odpowiedź:.....

Wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $x^2 - 1$.

[illegible]

Odpowiedź:.....

zadanie 4. (4 pkt)

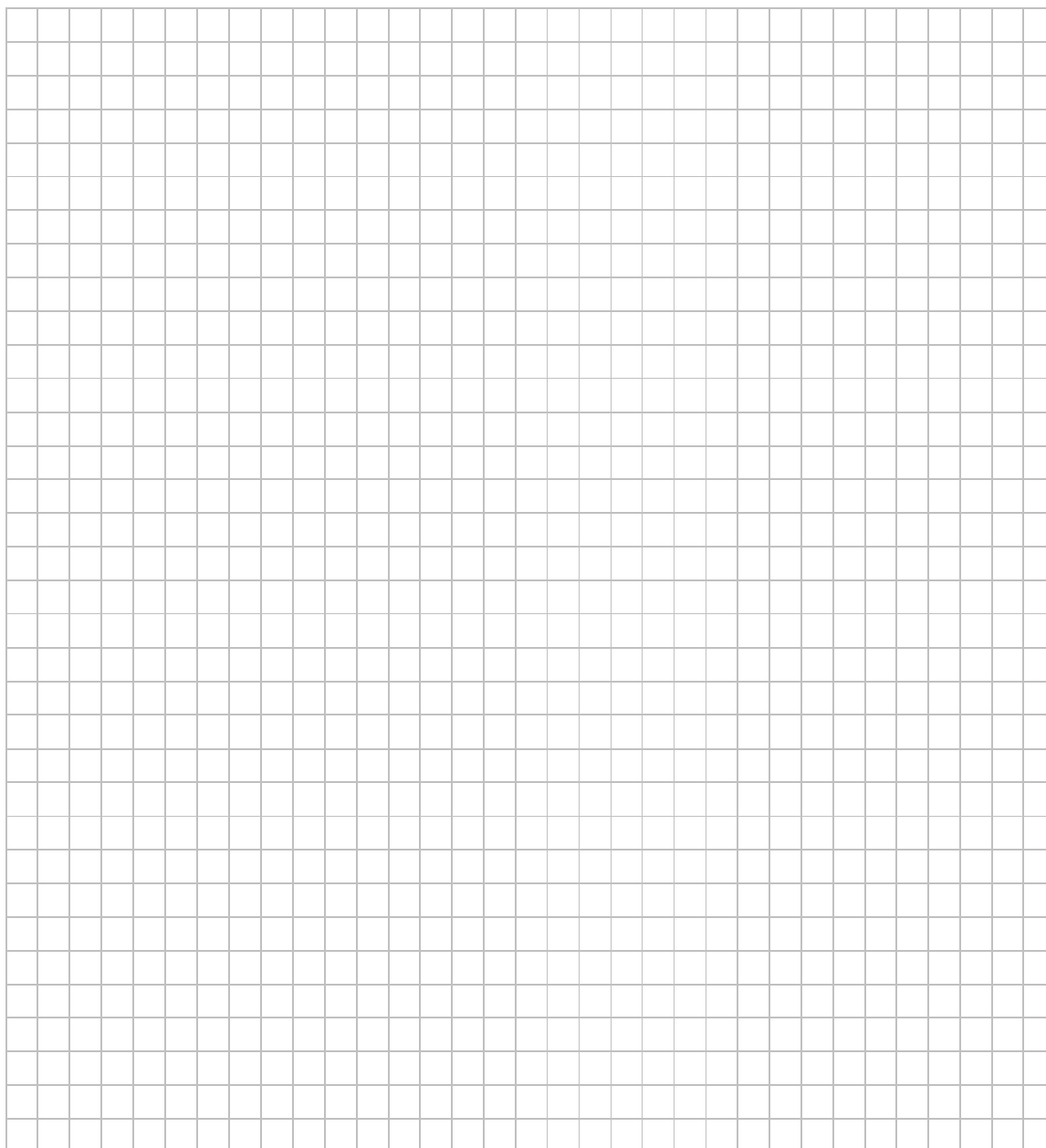
Udowodnij, że jeżeli, jeżeli $a, b, c \in R$ i spełniają warunek: $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, to

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \leq 3.$$

Odpowiedź:.....

zadanie 5. (5 pkt)

Naszczuj wykres funkcji: $f(x) = \log_2(|3x| - x)$. Podaj jej miejsca zerowe.



Odpowiedź:.....

zadanie 6. (5 pkt)

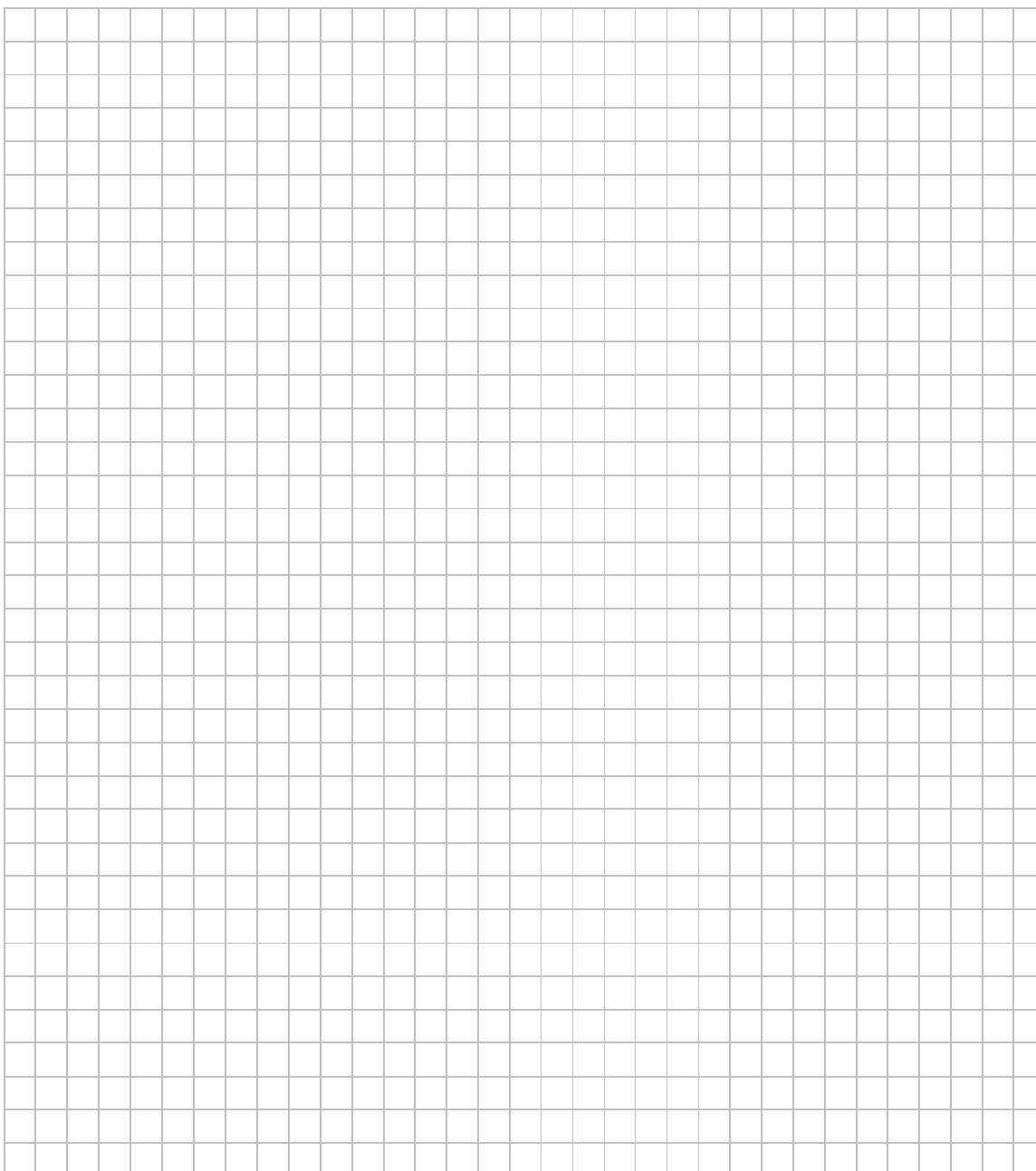
Dla jakich $x \in \langle 0; \pi \rangle$ liczby $\operatorname{tg} x$; $2 \sin 2x$; $\frac{1}{\operatorname{tg} x}$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny.

Odpowiedź:.....

zadanie 7. (6 pkt)

W rombie ABCD kąt przy wierzchołku A ma miarę 60° . Okrąg przechodzący przez punkt przecięcia przekątnych rombu i styczny do prostej AD w punkcie A przecina bok BC w punkcie E.

- a) Udowodnij, że środek okręgu należy do prostej BC.
- b) Wyznacz stosunek $\frac{EC}{BE}$.



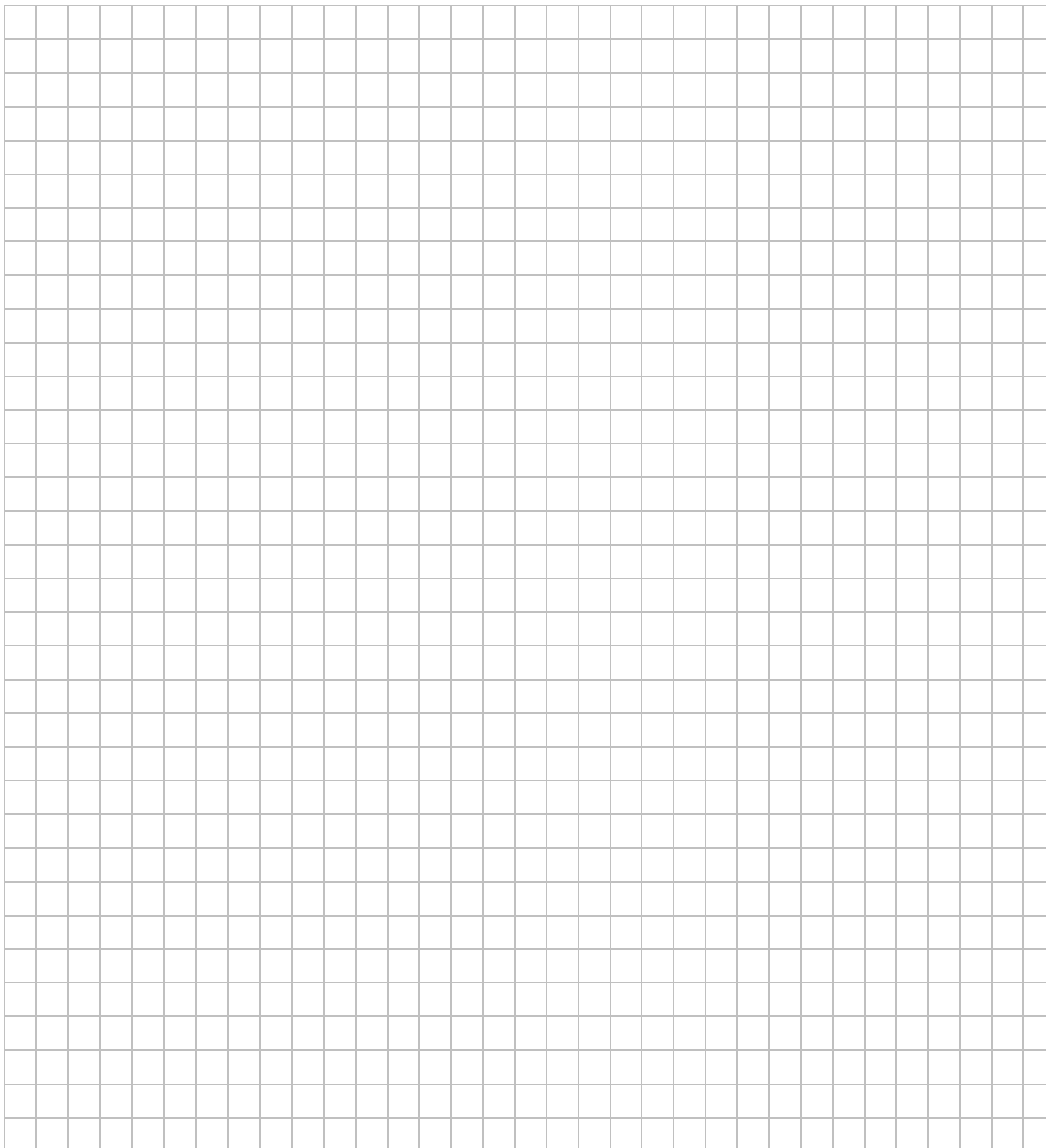
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Odpowiedź:.....

zadanie 8. (6 pkt)

Prosta o równaniu $2y - x = 0$ jest osią symetrii trójkąta ABC, oraz A(8,4) i B(4,-3).

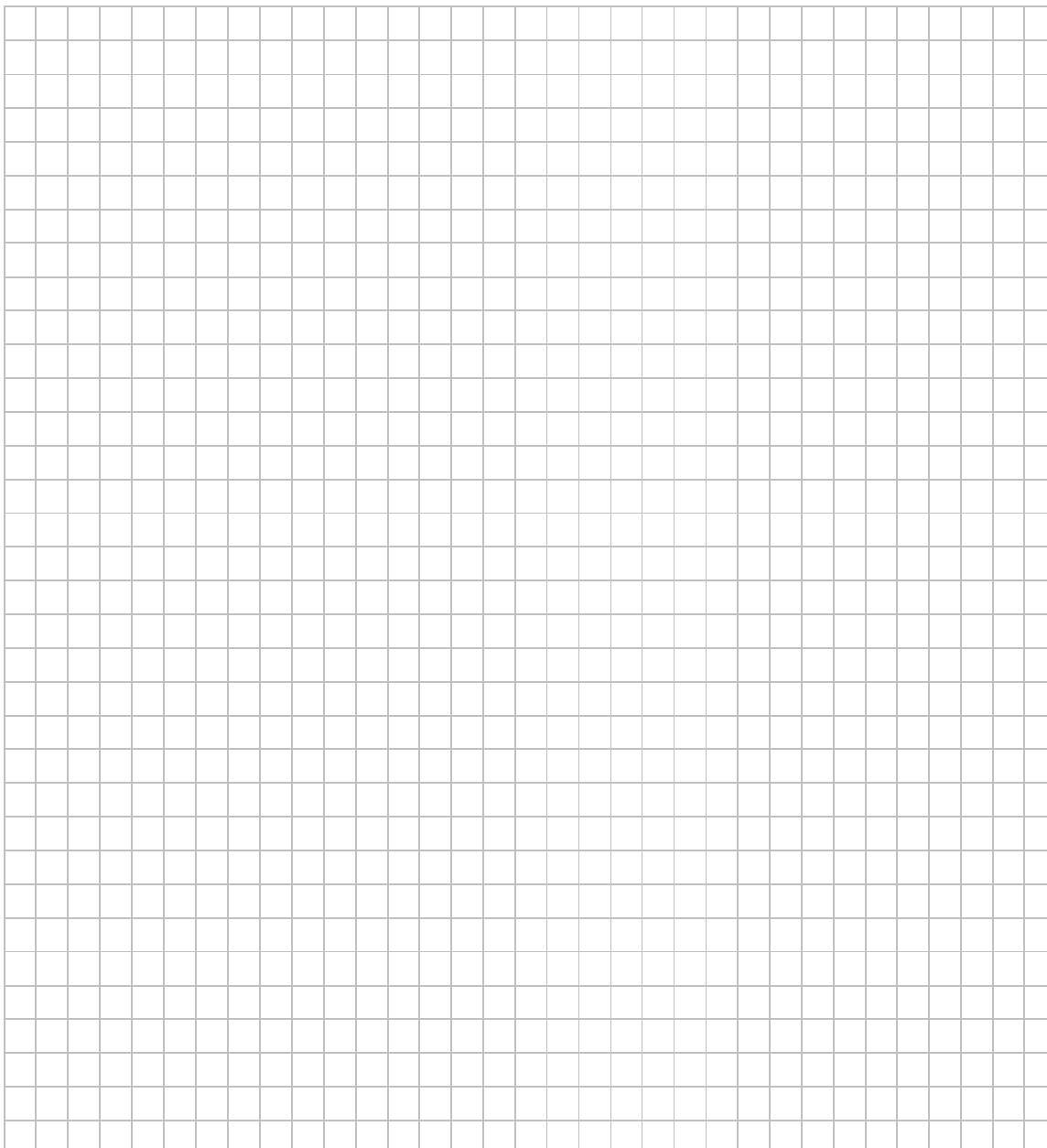
Wyznacz współrzędne wierzchołka C, miarę kąta ABC i pole trójkąta ABC.



Odpowiedź:.....

zadanie 10. (pkt)

Graniastosłup prawidłowy trójkątny przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i nachyloną do podstawy pod kątem 30° . Pole wyznaczonego przez tę płaszczyznę przekroju wynosi 32 cm^2 . Oblicz objętość tego graniastosłupa wiedząc, że płaszczyzna przekroju dzieli jedną z krawędzi bocznych na połowy.



Odpowiedź:.....

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.